

**Prof. Dr. Alfred Toth**

## **Das Zeichen als qualitative Zahlenrelation**

1. Bekanntlich kann man Zeichenklassen und Realitätsthematiken auf drei Arten schreiben:

1.1. Mit den Namen der Subzeichen, aus denen sie zusammengesetzt sind, z.B. rhematisch iconisches Legizeichen.

1.2. Unter Verwendung der semiotischen Modalitäten, z.B. (NM WM MN).

1.3. Unter Verwendung der semiotischen Kategorien (3.1 2.1 1.3).

Besonders die numerische Notation von Zeichenklassen und Realitätsthematiken ist nun geeignet zu verschleiern, dass es sich bei semiotischen Ausdrücken nicht um quantitative, sondern um qualitative Relationen handelt. Da spätestens seit Hegel die Quantität als eine Qualität anerkannt wird, sind damit semiotische Ausdrücke insofern den Kenogrammen und Morphogrammen der Polykontextualitätstheorie vergleichbar, als auch diese als quanti-qualitative bzw. quali-quantitative Ausdrücke ausgewiesen werden (Kronthaler 1986, S. 131 ff.).

2. Der grundlegende Unterschied zwischen semiotischen Repräsentations-schemata und kenogrammatischen Präsentationsschemata besteht jedoch darin, dass erstere die monadischen und dyadischen Subzeichen der Logik und der Mathematik zu triadischen Zeichenrelationen komplettieren, während letztere sie auf eine rein formale Abstraktionsstufe zurückführen, wo es keinen Platz für Bezeichnung und Bedeutung mehr hat. Die Zeichen der Semiotik sind daher Repräsentationsschemata, in denen Qualitäten tatsächlich repräsentiert **werden**, während die Kenos der Polykontextualitätstheorie Strukturen des Nichts sind, in denen sowohl Qualitäten als auch Quantitäten präsentiert **werden können**. Wenn also behauptet wird, die "Mathematik der Qualitäten" sei insofern mächtiger als die "Mathematik der Quantitäten", als jene diese als (monokontexturalen) Sonderfall enthalte, so ist das nicht richtig, denn die qualitative Arithmetik rechnet mit reinen Formen, die so abstrakt sind, dass noch nicht einmal die grundlegenden Ansprüche an mathematische Gebilde (wie z.B. ein Gruppoid zu sein) erfüllt sind. Auf der anderen Seite kann die Semiotik weitgehend mit Hilfe der "quantitativen Mathematik" formalisiert werden, so dass

wegen des qualitativen Charakters semiotischer Repräsentationsschemata also **mit Bedeutung und Sinn gerechnet werden kann**, was erst eine wirkliche **qualitative Mathematik** ausmacht, nämlich eine **semiotische Mathematik**. Will man also Gebiete, die traditionell als der Mathematik nicht zugänglich gelten, der Mathematik zugänglich machen, sollte man nicht auf die alles Mathematischen und Logischen entleerte Keno- und Morphogrammatik zurückgreifen, sondern die Mathematik in die Semiotik einbetten. Die Semiotik als Teil der Mathematik formalisiert die klassische Semiotik, während die Mathematik als Teil der Semiotik die Mathematik um die Berechenbarkeit des Qualitativen bereichert.

3. Bense (1975, S. 168 ff. und 1983, S. 192 ff.) hatte gezeigt, dass die Einführung der Primzeichen der Peanoschen Induktion bzw. den Peirceschen "Axioms of Numbers" entspricht. Damit wird also die Generation der Fundamentalkategorien (.1.), (.2.), (.3.) oder "Erstheit", "Zweitheit", "Drittheit" explizit mit der Nachfolgerrelation der ersten drei Ordnungszahlen verglichen. Allerdings hatte Bense bereits in (1979, S. 60) – was von den Anhängern einer "quantitativen" Semiotik gerne übersehen wird – darauf aufmerksam gemacht, dass "nicht nur die ordinale Posteriorität, sondern auch die Selektivität" für die Ordnung der Primzeichen bzw. Fundamentalkategorien massgebend sei, was Bense wie folgt formalisierte:

Kat > Mod > Rpr

Ohne Selektion wäre es also kein Problem, die Ordnung der ersten drei Ordinalzahlen

1. → 2. → 3.

mit der Ordnung der drei Fundamentalkategorien

.1. → .2. → .3.

gleichzusetzen und eine quantitative Semiotik aufzubauen. Die Selektion ist es, welche die Qualitäten in diese Ordnungsrelation hineinbringt. Selektion heisst jedoch, dass aus einer Menge eine bestimmte Anzahl von Elementen herausgenommen wird und alle übrigen Elemente in der Menge belassen werden. Sich FÜR jemanden entscheiden, bedeutet gleichzeitig, sich GEGEN alle übrigen entscheiden. Daher ist also, mengentheoretisch gesehen, die Erstheit grösser als

die Zweit- und Drittheit und die Zweitheit grösser als die Drittheit. Wenn man daher festlegt, dass im quantitativen Ausdruck der Ordnungsrelation

$$x \rightarrow y$$

$x < y$ , d.h. die Kleiner-als-Beziehung gilt, während im qualitativen Ausdruck der Selektionsrelation

$$x < y$$

$x > y$ , d.h. die Grösser-als-Beziehung gilt, kann man die Primzeichenrelation wie folgt darstellen:

$$\text{PZR} = (.1.) \lesseqgtr (.2.) \lesseqgtr (.3.),$$

wobei also der untere Pfeil die quantitative Ordnungsrelation und der obere Pfeil die qualitative Selektionsordnung bezeichnet. Zwischen jeder Fundamentalkategorie verläuft also zugleich eine quantitative und eine qualitative Relation.

4. Nun stellt allerdings jedes der 9 Subzeichen der kleinen semiotischen Matrix eine eigene Qualität dar, d.h. jede Zeichenklasse und Realitätsthematik sowie jede andere Zeichenrelation ist im Sinne ihrer Ordnungsrelationen eine "Qualität über Qualitäten" wie sie ja auch eine "Relation über Relationen" (Bense 1979, S. 53) ist. Wenn nun die Subzeichen durch kartesische Multiplikation aus der Primzeichen gebildet werden, so entstehen horizontal Subzeichen des Typs

$$(a.1), (a.2), (a.3), \text{ d.h. } a \in \{1., 2., 3.\} = \text{constant}$$

und vertikal Subzeichen des Typs

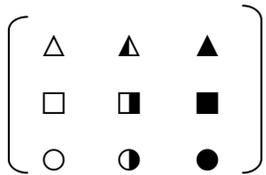
$$(1.a), (2.a), (3.a), \text{ d.h. } a \in \{.1, .2, .3\} = \text{constant}$$

Aus dem universellen ordinal-selektiven Schema

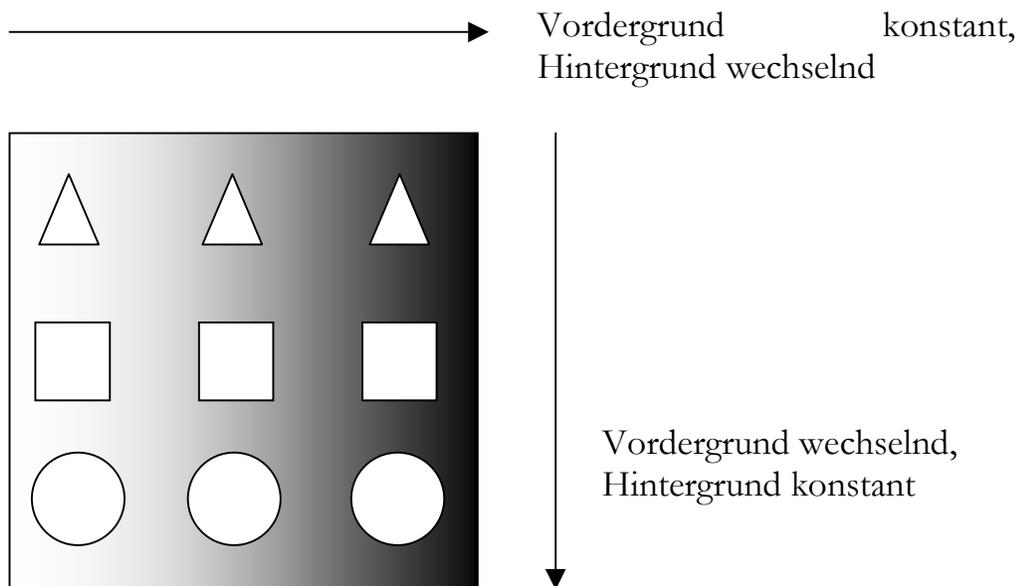
$$\text{Kat} > \text{Mod} > \text{Rpr}$$

modifizieren also die ersten Typen, die Triaden, ihren STELLENWERT hinsichtlich dieses Schemas, und die zweiten Typen, die Trichotomien, ihren

HAUPTWERT. In der numerischen Schreibung besteht daher ein Unterschied zwischen (1.3) und (3.1), der sich nicht in der rein quantitativen Dualisationsbeziehung erschöpft, sondern zusätzlich mit einem Quantitätswechsel verbunden ist. Es ist daher besser, wenn wir die semiotische Matrix mit Hilfe von frei gewählten Symbolen schreiben:



Dabei deutet also in jeder Zeile von links nach Rechts die zunehmende Füllung der Leerzeichen die zunehmende (qualitative) Selektionrelation an, und in jeder Reihe von oben nach unten deutet die Vervollkommnung der Formen vom Dreieck über das Quadrat zum Kreis die zunehmende (quantitative) Ordnungsrelation an. Wenn man die triadischen Hauptwerte als Themata und die trichotomischen Stellenwerte als Hintergründe auffasst, kann man diesen Sachverhalt auch wie folgt darstellen:



Obwohl man natürlich die 9 Qualitäten der semiotischen Matrix mithilfe des universalen Benseschen Schemas  $Kat > Mod > Rpr$  wie folgt charakterisieren könnte:

|        |        |        |
|--------|--------|--------|
| KatKat | KatMod | KatRpr |
| ModKat | ModMod | ModRpr |
| RprKat | RprMod | RprRpr |

nehmen sie aufgrund der qualitativen Übersummativität eigene Charakterisitiken an, die Bense (1979, S. 61) in der folgenden universalen qualitativen Matrix wie folgt bestimmte:

|             |            |                |
|-------------|------------|----------------|
| Qualität    | Quantität  | Essenz         |
| Abstraktion | Relation   | Komprehension  |
| Konnexion   | Limitation | Komplettierung |

Wie man also hier an den Triaden nochmals sieht, nimmt zwar die quantitative Ordnungsrelation jeweils von Qualität bis zu Essenz, von Abstraktion bis zu Komprehension und von Konnexion bis zu Komplettierung stufenweise zu, aber es nimmt auch die die qualitative Selektion zwischen den genannten Begriffen jeweils zu, so dass die Qualität allgemeiner ist als die Quantität, und beide allgemeiner als die Essenz, insofern die Quantität selektiv aus der Qualität gewonnen ist, und die Essenz eine spezifische Form aus beiden, die in ihr qualitativ involviert sind, darstellt. Dasselbe gilt natürlich für alle drei Triaden. In den Trichotomien steht dagegen die quantitative Ordnungsrelation im Vordergrund. Um nur ein Beispiel herauszunehmen, besteht eine Nachfolgebeziehung bzw. im Benseschen Sinne eine Relation der “Posteriorität” zwischen Quantität, Relation und Limitation, insofern die Relation einen Spezialfall der Quantität darstellt (z.B. die Relationenlogik als Spezialfall der Klassenlogik), und die Limitation einen Spezialfall der Relation darstellt (z.B. die in ihrem Vor- und/oder Nachbereich eingeschränkten Relationen).

5. Wie im folgenden erstmals gezeigt wird, stellt die Semiotik trotz ihres qualitativen Status keine vollständig polykontexturale Theorie dar, insofern ihre Qualitäten beim Wechsel vom Subjekt- zum Objektpol der Erkenntnis nicht bzw. nur teilweise erhalten bleiben. Auf der anderen Seite formulierte Bense einen quantitativen Erhaltungssatz: “Insbesondere muss in diesem Zusammenhang das duale Symmetrieverhältnis zwischen den einzelnen Zeichenklassen und ihren entsprechenden Realitätsthematiken hervorgehoben werden. Dieses Symmetrieverhältnis besagt, dass man im Prinzip nur die ‘Realität’ bzw. die

Realitätsverhältnisse metasemiotisch präsentieren kann, die man semiotisch zu repräsentieren vermag. Daher sind die Repräsentationswerte (d.h. die Summen der fundamentalen Primzeichen-Zahlen) einer Zeichenklasse invariant gegenüber der dualen Transformation der Zeichenklasse in ihre Realitätsthematik. Dieser semiotische ‘Erhaltungssatz’ kann dementsprechend als eine Folge des schon in *Vermittlung der Realitäten* (1976, p. 60 u. 62) ausgesprochenen Satzes [angesehen werden], dass mit der wachsenden Semiotizität der Repräsentativität in gleichem Masse auch ihre Ontizität ansteigt” (Bense 1981, S. 259).

Das Nicht-Bestehen eines qualitativen Erhaltungssatzes kann man nun am besten dadurch aufzeigen, dass man die oben eingeführten Symbole für die Subzeichen wählt und den mit ihrer Hilfe notierten Zeichenklassen ihre Realitätsthematiken gegenüberstellt:

|         |   |         |  |
|---------|---|---------|--|
| (○ □ △) | × | (△ ▲ ▴) | Qual. Erhaltung 1/3, Position gleich   |
| (○ □ ▲) | × | (□ ▲ ▴) | Qual. Erhaltung 2/3, Position ungleich |
| (○ □ ▲) | × | (○ ▲ ▲) | Qual. Erhaltung 2/3, Position gleich   |
| (○ ■ ▲) | × | (□ ■ ▲) | Qual. Erhaltung 1/3, Position gleich   |
| (○ ■ ▲) | × | (○ ■ ▲) | Qual. Erhaltung 3/3, Positionen gleich |
| (○ ■ ▲) | × | (○ ● ▲) | Qual. Erhaltung 2/3, Position gleich   |
| (● ■ ▲) | × | (□ ■ ■) | Qual. Erhaltung 1/3, Position gleich   |
| (● ■ ▲) | × | (○ ■ ■) | Qual. Erhaltung 1/3, Position gleich   |
| (● ■ ▲) | × | (○ ● ■) | Qual. Erhaltung 1/3, Position ungleich |
| (● ■ ▲) | × | (○ ● ●) | Qual. Erhaltung 1/3, Position ungleich |

Besonders die drei Fälle mit qualitativer Erhaltung, aber Nicht-Erhaltung der Position wären auf ihre erkenntnistheoretische Relevanz zu untersuchen.

In den Realitätsthematiken finden wir also entsprechend der Dualisierung von Zeichenklassen **duale Qualitäten**:

$$\begin{array}{lll}
 \Delta(\triangle) = \triangle & \Delta(\triangle) = \bullet & \Delta(\bullet) = \bullet \\
 \Delta(\blacktriangle) = \square & \Delta(\blacktriangle) = \circ & \Delta(\blacksquare) = \bullet
 \end{array}$$

Vollständige qualitative Erhaltung findet sich also nur bei

$$(\circ \blacksquare \blacktriangle) \times (\circ \blacksquare \blacktriangle) \equiv (3.1 \ 2.2 \ 1.3) \times (3.1 \ 2.2 \ 1.3),$$

also bei der sowohl quantitativ als auch qualitativ eigenrealen Zeichenklasse. Nachdem Walther (1982) gezeigt hatte, dass im Rahmen des “determinansymmetrischen Dualitätssystems” die eigenreale Zeichenklasse in mindestens einem Subzeichen mit jeder anderen Zeichenklasse und Realitätsthematik zusammenhängt, können wir schliessen, dass die partielle qualitative Erhaltung in den übrigen neun semiotischen Dualitätssystemen auf dem von Walther entdeckten Gesetz basiert. Nun hatte ich in Toth (2008) gezeigt, dass Eigenrealität nur in der monokontexturalen Semiotik existieren kann. Daraus folgt also paradoxerweise, dass vollständige semiotische Erhaltung das Weiterbestehen des logischen Identitätssatzes voraussetzt.

## Bibliographie

- Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975  
Bense, Max, Vermittlung der Realitäten. Baden-Baden 1976  
Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979  
Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981  
Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983  
Kronthaler, Engelbert, Grundlegung der einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986  
Walther, Elisabeth, Nachtrag zu Trichotomischen Triaden. In: Semiosis 27, 1982, S. 15-20  
Toth, Alfred, New elements of theoretical semiotics (NETS), based on the work of Rudolf Kaehr. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics <http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/NETS1.pdf> (2008)

27.6.2009